

ПРИНЯТА
Педагогическим советом АНО ОШ ЦПМ
(протокол от 28 августа 2024 г. №99)

УТВЕРЖДЕНА
приказом директора АНО ОШ ЦПМ
от 29 августа 2024 г. №677-ОД24

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по курсу внеурочной деятельности
«Математический анализ»
для обучающихся 10-11 класс

Составители:
А.Д. Кузнецов
Д. Э. Алексеева

Москва, 2024 г.

Пояснительная записка

Данный курс рассчитан на изучение нового материала, который в значительной степени соответствует содержанию курса «Математический анализ» и «Алгебра» в высших учебных заведениях. Это реализовано благодаря наличию, помимо лекционных занятий, большого количества самостоятельной работы слушателей над предложенным материалом. Возможность этого обеспечивается регулярными консультациями с преподавателем по сложным темам и возникающим вопросам. Цель данного курса – это, в первую очередь, развитие у учащихся общей математической грамотности и культуры математических рассуждений на существенно более сложном, формальном уровне, принятом в математической науке. Данный курс имеет лишь косвенное отношение к подготовке к классическим олимпиадам школьников. Для того, чтобы достичь в классических олимпиадах высоких результатов, необходимо заниматься олимпиадной математикой на соответствующем профильном курсе.

Методологической основой реализации поставленной цели являются следующие принципы:

– Принцип развития, который состоит в том, что подготовка должна быть нацелена прежде всего на создание условий для всестороннего развития мышления и личностных качеств каждого ученика, а не ограничиваться тренингом в освоении ими методов математики. Суть этого принципа можно кратко выразить тезисом: «развитие средствами математики каждого ученика».

– Принцип «выращивания» состоит в совмещении, с одной стороны, внутренней активности ученика, его целенаправленных попыток раскрыть и реализовать свой потенциал, а с другой стороны, внешней организации этой активности со стороны учителя в рамках той же цели.

– Принцип успешности состоит в акцентировке на успешность, то есть в создании такой среды, где к ошибке относятся как к ступеньке роста, а не поводу для огорчения и порицания, где ценится и поддерживается успех каждого ученика относительно себя, независимо от начального уровня его подготовки и математических способностей.

Планируемые результаты освоения курса

Освоение учебного предмета «Математика» должно обеспечивать достижение на уровне основного общего образования следующих личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов.

Личностные результаты

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

Гражданское воспитание:

сформированностью гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.), умением взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением.

Патриотическое воспитание:

сформированностью российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики.

Духовно-нравственное воспитание:

осознанием духовных ценностей российского народа; сформированностью нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного; осознанием личного вклада в построение устойчивого будущего.

Эстетическое воспитание:

эстетическим отношением к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений; восприимчивостью к математическим аспектам различных видов искусства.

Физическое воспитание:

сформированностью умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); физического совершенствования при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью.

Трудовое воспитание:

готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; интересом к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовностью и способностью к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни; готовностью к активному участию в решении практических задач математической направленности.

Экологическое воспитание:

сформированностью экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознанием глобального характера экологических проблем; ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды.

Ценности научного познания:

сформированностью мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы

человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; готовностью осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

Метапредметные результаты

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением *универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями, универсальными регулятивными действиями.*

1) Универсальные **познавательные** действия, обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;

- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

- проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;

- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

- проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

- выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

- структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

- оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

2) Универсальные **коммуникативные** действия, обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.

Общение:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Сотрудничество:

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;

- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и т.п.); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) Универсальные **регулятивные** действия, обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.

Самоорганизация:

- составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

- оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Предметные результаты

Освоение учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

10 класс

Числа и вычисления

Свободно оперировать понятиями: рациональное число, бесконечная периодическая

дробь, проценты; иррациональное число; множества рациональных и действительных чисел; модуль действительного числа.

Применять дроби и проценты для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни.

Применять приближённые вычисления, правила округления, прикидку и оценку результата вычислений.

Свободно оперировать понятием: степень с целым показателем; использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных.

Свободно оперировать понятием: арифметический корень натуральной степени.

Свободно оперировать понятием: степень с рациональным показателем.

Свободно оперировать понятиями: логарифм числа; десятичные и натуральные логарифмы.

Свободно оперировать понятиями: синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента.

Оперировать понятиями: арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента.

Уравнения и неравенства

Свободно оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, равносильные уравнения и уравнения-следствия; равносильные неравенства.

Применять различные методы решения рациональных и дробно-рациональных уравнений; применять метод интервалов для решения неравенств.

Свободно оперировать понятиями: многочлен от одной переменной; многочлен с целыми коэффициентами, корни многочлена; применять деление многочлена на многочлен с остатком, теорему Безу и теорему Виета для решения задач.

Свободно оперировать понятиями: система линейных уравнений, матрица, определитель матрицы 2×2 и его геометрический смысл; использовать свойства определителя 2×2 для вычисления его значения, применять определители для решения системы линейных уравнений; моделировать реальные ситуации с помощью системы линейных уравнений, исследовать построенные модели с помощью матриц и определителей, интерпретировать полученный результат.

Использовать свойства действий с корнями для преобразования выражений.

Выполнять преобразования числовых выражений, содержащих степени с рациональным показателем.

Использовать свойства логарифмов для преобразования логарифмических выражений.

Свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические уравнения; находить их решения с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней.

Применять основные тригонометрические формулы для преобразования тригонометрических выражений.

Свободно оперировать понятием: тригонометрическое уравнение; применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических уравнений.

Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

Функции и графики

Свободно оперировать понятиями: функция, способы задания функции; взаимно обратные функции, композиция функций; график функции; выполнять элементарные преобразования графиков функций.

Свободно оперировать понятиями: область определения и множество значений

функции, нули функции, промежутки знакопостоянства.

Свободно оперировать понятиями: чётные и нечётные функции, периодические функции, промежутки монотонности функции, максимумы и минимумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Свободно оперировать понятиями: степенная функция с натуральным и целым показателем, график степенной функции с натуральным и целым показателем; график корня n -ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем.

Оперировать понятиями: линейная, квадратичная и дробнолинейная функции; выполнять элементарное исследование и построение их графиков.

Свободно оперировать понятиями: показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики; использовать их графики для решения уравнений.

Свободно оперировать понятиями: тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента.

Использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами.

Начала математического анализа

Свободно оперировать понятиями: арифметическая и геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; линейный и экспоненциальный рост, формула сложных процентов; иметь представление о константе e .

Использовать прогрессии для решения реальных задач прикладного характера.

Свободно оперировать понятиями: последовательность, способы задания последовательностей, монотонные и ограниченные последовательности; понимать основы зарождения математического анализа как анализа бесконечно малых.

Свободно оперировать понятиями: непрерывные функции; точки разрыва графика функции; асимптоты графика функции.

Свободно оперировать понятием: функция, непрерывная на отрезке; применять свойства непрерывных функций для решения задач.

Свободно оперировать понятиями: первая и вторая производные функции, касательная к графику функции.

Вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции двух функций; знать производные элементарных функций.

Использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач.

Множества и логика

Свободно оперировать понятиями: множество, операции над множествами.

Использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.

Свободно оперировать понятиями: определение, теорема, уравнение-следствие, свойство математического объекта, доказательство, равносильные уравнения и неравенства.

11 класс

Числа и вычисления

Свободно оперировать понятиями: натуральное и целое число, множества натуральных и целых чисел; использовать признаки делимости целых чисел, НОД и НОК натуральных чисел для решения задач, применять алгоритм Евклида.

Свободно оперировать понятием остатка по модулю; записывать натуральные числа в различных позиционных системах счисления.

Свободно оперировать понятиями: комплексное число и множество комплексных чисел; представлять комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме,

выполнять арифметические операции с ними и изображать на координатной плоскости.

Уравнения и неравенства

Свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические неравенства; находить их решения с помощью равносильных переходов.

Осуществлять отбор корней при решении тригонометрического уравнения.

Свободно оперировать понятием тригонометрическое неравенство; применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических неравенств.

Свободно оперировать понятиями: система и совокупность уравнений и неравенств; равносильные системы и системы- следствия; находить решения системы и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств.

Решать рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства, содержащие модули и параметры.

Применять графические методы для решения уравнений и неравенств, а также задач с параметрами.

Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат.

Функции и графики

Строить графики композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции двух функций.

Строить геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости.

Свободно оперировать понятиями: графики тригонометрических функций.

Применять функции для моделирования и исследования реальных процессов.

Начала математического анализа

Использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы.

Находить наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке.

Использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.

Свободно оперировать понятиями: первообразная, определённый интеграл; находить первообразные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле Ньютона — Лейбница.

Находить площади плоских фигур и объёмы тел с помощью интеграла.

Иметь представление о математическом моделировании на примере составления дифференциальных уравнений.

Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

Освоение учебного курса «Геометрия» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

10 класс

Свободно оперировать основными понятиями стереометрии при решении задач и проведении математических рассуждений.

Применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач.

Классифицировать взаимное расположение прямых в пространстве; плоскостей в пространстве; прямых и плоскостей в пространстве.

Свободно оперировать понятиями, связанными с углами в пространстве: между прямыми в пространстве; между прямой и плоскостью.

Свободно оперировать понятиями, связанными с многогранниками.

Свободно распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб).

Классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации.

Свободно оперировать понятиями, связанными с сечением многогранников плоскостью.

Выполнять параллельное, центральное и ортогональное проектирование фигур на плоскость; выполнять изображения фигур на плоскости.

Строить сечения многогранников различными методами, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу.

Вычислять площади поверхностей многогранников (призма, пирамида), геометрических тел с применением формул.

Свободно оперировать понятиями: симметрия в пространстве; центр, ось и плоскость симметрии; центр, ось и плоскость симметрии фигуры.

Свободно оперировать понятиями, соответствующими векторам и координатам в пространстве.

Выполнять действия над векторами.

Решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин, применяя известные методы при решении математических задач повышенного и высокого уровня сложности.

Применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач.

Извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках.

Применять полученные знания на практике: сравнивать и анализировать реальные ситуации, применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

Иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

11 класс

Свободно оперировать понятиями, связанными с цилиндрической, конической и сферической поверхностями; объяснять способы получения.

Оперировать понятиями, связанными с телами вращения: цилиндром, конусом, сферой и шаром.

Распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар) и объяснять способы получения тел вращения.

Классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости.

Вычислять величины элементов многогранников и тел вращения; объёмы и площади поверхностей многогранников и тел вращения, геометрических тел с применением формул.

Свободно оперировать понятиями, связанными с комбинациями тел вращения и многогранников: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы; сфера, вписанная в многогранник или тело вращения.

Вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел.

Изображать изучаемые фигуры; выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу; строить сечения тел вращения.

Извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках.

Свободно оперировать понятием вектор в пространстве.

Выполнять операции над векторами.

Задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат.

Решать геометрические задачи на вычисление углов между прямыми и плоскостями; вычисление расстояний от точки до плоскости; в целом, на применение векторно-координатного метода при решении.

Свободно оперировать понятиями, связанными с движением в пространстве; знать свойства движений.

Выполнять изображения многогранником и тел вращения при параллельном переносе, центральной симметрии, зеркальной симметрии, при повороте вокруг прямой; преобразования подобия.

Строить сечения многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара.

Использовать методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

Доказывать геометрические утверждения.

Применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной и неявной форме.

Решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин.

Применять программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач.

Применять полученные знания на практике: сравнивать, анализировать и оценивать реальные ситуации; применять изученные понятия, теоремы, свойства в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

Иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

Освоение учебного курса «Вероятность и статистика» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

10 класс

Свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента.

Свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта; находить вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями.

Находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному; использовать диаграммы Эйлера, координатную прямую для решения задач; пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и

трёх случайных событий.

Оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента; находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности, формулу Байеса при решении задач; определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента.

Применять изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей.

Свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний; находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха; в серии испытаний Бернулли; в опыте, связанном со случайным выбором из конечной совокупности.

Свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение

11 класс

Оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин; использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин.

Свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения); применять свойства математического ожидания при решении задач; вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений.

Свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины; применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач; вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений.

Вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам. Оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями.

Содержание курса

Раздел 1. Множества. Действительные числа. Логика.

Введение в теорию множеств. Определение и примеры множеств. Операции над множествами. Индикаторная функция. Формула включений-исключений. Парадокс Рассела. Функция и график. Понятие отображения (функции). График функции. Композиция отображений. Свойства отображений: инъекция, сюръекция, биекция, сужение и продолжение. Образ и прообраз. Числовые множества. Аксиоматическое задание действительных чисел. Точная верхняя и нижняя грань множества. Аксиома отделимости. Длина окружности, число, длина дуги окружности, радианная мера дуги. Альтернативный метод задания действительных чисел: Дедекиндовы сечения. Мощность множества. Счетное множество. Континуальное множества. Континуум гипотеза. Теорема Кантора. Парадокс Кантора. Теория множеств Цермело – Френкеля с аксиомой выбора. Мощность множества. Теорема Кантора – Бернштейна. Правила вывода. Определение доказательства. Теорема Геделя о неполноте. Компьютерное доказательство.

Раздел 2. Пределы и дифференциальное исчисление.

Определение предела последовательности. Свойства предела последовательности. Существование предела последовательности. Определение предела функции. Свойства

предела функции. Существование предела функции. Непрерывность функции в точке. Непрерывные функции. Точки разрыва. Свойства непрерывных функций. Дифференцируемая функция. Задачи, наводящие на понятие дифференциала. Функция, дифференцируемая в точке. Геометрический смысл производной и дифференциала. Основные правила дифференциального исчисления. Дифференцирование и арифметические операции. Дифференцирование композиции функций. Дифференцирование обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференцировании неявно заданной функции. Основные теоремы дифференциального исчисления. Лемма Ферма и теорема Ролля. Теорема Лагранжа и теорема Коши о конечном приращении. Формула Тейлора. Формула Маклорена. Исследование функций методом дифференциального исчисления. Условия монотонности функции. Условия внутреннего экстремума функции. Условия выпуклости функции. Правило Лопиталья. Построение графиков. О-нотации. Эквивалентные функции. Вычисление пределов с помощью эквивалентных функций. Асимптотика алгоритмов. Примеры использования дифференциального исчисления в прикладных и естественных задачах. Первообразная. Определение первообразной и определённого интеграла. Основные принципы отыскания первообразной. Первообразные рациональных функций. Универсальная тригонометрическая подстановка.

Раздел 3. Интегральное исчисление.

Задачи, наводящие на понятие определенного интеграла. Определение интеграла Римана. Свойства интеграла: линейность интеграла, аддитивность интеграла, монотонность интеграла. Теоремы о среднем. Вычисление интеграла. Связь интеграла и первообразной. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование по частям. Замена переменной в интеграле. Приложения интеграла: длина пути, площадь криволинейной трапеции, объем тела вращения, работа и энергия.

Раздел 4. Абстрактная алгебра.

Бинарные операции. Ассоциативность, нейтральный элемент, обратный элемент, коммутативность. Группы: аддитивные и мультипликативные. Подгруппы, циклические подгруппы. Порядок элемента. Классификация циклических групп. Подгруппы целых чисел. Подгруппы группы. Правый и левый смежные классы элементы. Нормальная подгруппа. Теорема Лагранжа. Гомоморфизмы и автоморфизмы групп. Ядро и образ гомоморфизма. Прямое произведение групп. Конечные абелевы группы. Китайская теорема об остатках. Шифры. RSA. Дискретное логарифмирование. Протокол Диффи – Хеллмана. Кольца, поля, подкольца. Обратимые элементы, делители нуля, нильпотенты, идемпотенты. Идеалы. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Китайская теорема об остатках для колец. Свойства ядра и образа при гомоморфизмах. Кольцо полиномов от одной переменной. Алгоритм Евклида, НОД для кольца полиномов от одной переменной. Идеалы кольца полиномов от одной переменной. Неприводимые многочлены, единственность разложения на множители в конечном поле, мультипликативная группа конечного поля. Классификация конечных полей. Поточковый шифр. Приложения абстрактной алгебры.

Тематическое планирование курса

11 класс (68 часов)

№	Наименование раздела / темы	Количество ак. ч.	Ссылка на ЭОР
1	Множества. Действительные числа. Логика	12	
1.1	Введение в теорию множеств. Определение и примеры множеств. Операции над множествами. Индикаторная функция. Формула включений-исключений. Парадокс Рассела.	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
1.2	Функция и график. Понятие отображения (функции). График функции. Композиция отображений. Свойства отображений: инъекция, сюръекция, биекция, сужение и продолжение. Образ и прообраз.	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
1.3	Числовые множества. Аксиоматическое задание действительных чисел. Точная верхняя и нижняя грань множества. Аксиома отделимости. Длина окружности, число π , длина дуги окружности, радианная мера дуги. Альтернативный метод задания действительных чисел: Дедекиндовы сечения.	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
1.4	Мощность множества. Счетное множество. Континуальное множества. Континуум гипотеза. Теорема Кантора. Парадокс Кантора. Теория множеств Цермело – Френкеля с аксиомой выбора.	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
1.5	Мощность множества. Теорема Кантора – Бернштейна.	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
1.6	Что такое доказательство. Правила вывода. Доказательство. Теорема Геделя о неполноте. Как	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/

	реализовано компьютерное доказательство.		
2	Пределы и дифференциальное исчисление	18	
2.1	Предел последовательности. Предел функции начало. Определение предела последовательности. Свойства предела последовательности. Существование предела последовательности. Определение предела функции. Свойства предела функции.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
2.2	Предел функции (продолжение). Непрерывные функции. Существование предела функции. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва. Свойства непрерывных функций.	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
2.3	Дифференцируемая функция. Задачи, наводящие на понятие дифференциала. Функция, дифференцируемая в точке. Геометрический смысл производной и дифференциала.	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
2.4	Основные правила дифференциального исчисления. Дифференцирование и арифметические операции. Дифференцирование композиции функций. Дифференцирование обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференцировании неявно заданной функции.	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
2.5	Основные теоремы дифференциального исчисления. Лемма Ферма и теорема Ролля. Теорема Лагранжа и теорема Коши о	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/

	конечном приращении. Формула Тейлора. Формула Маклорена.		
2.6	Исследование функций методом дифференциального исчисления. Условия монотонности функции. Условия внутреннего экстремума функции. Условия выпуклости функции. Правило Лопиталья. Построение графиков.	2	http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/
2.7	О-нотации. Эквивалентные функции. Вычисление предела с помощью эквивалентных функций. Асимптотика алгоритмов.	2	http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/
2.8	Примеры использования дифференциального исчисления в прикладных и естественных задачах. Доклады.	2	http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/
Повторение перед экзаменом		2	
Устный экзамен в конце первого семестра		2	
3	Интегральное исчисление	10	
3.1	Первообразная. Определение первообразной и определённого интеграла. Основные принципы отыскания первообразной. Первообразные рациональных функций. Универсальная тригонометрическая замена.	2	http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/
3.2	Определение интеграла (определённого). Задачи, наводящие на понятие определённого интеграла. Определение интеграла Римана.	2	http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/
3.3	Свойства интеграла. Линейность интеграла. Аддитивность интеграла. Монотонность интеграла. Теоремы о среднем.	2	http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/

3.4	Вычисление интеграла. Связь интеграла и первообразной. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование по частям. Замена переменной в интеграле.	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
3.5	Приложения интеграла. Длина пути. Площадь криволинейной трапеции. Объем тела вращения. Работа и энергия. Доклады.	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
4	Абстрактная алгебра	18	
4.1	Группы. Бинарные операции. Ассоциативность, нейтральный элемент, обратный элемент, коммутативность. Группы: аддитивные и мультипликативные. Подгруппы, циклические подгруппы. Порядок элемента. Классификация циклических групп.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
4.2	Подгруппы целых чисел. Подгруппы группы Z_n . Правый и левый смежные классы. Нормальная подгруппа. Теорема Лагранжа.	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
4.3	Гомоморфизмы и автоморфизмы групп. Ядро и образ гомоморфизма. Прямое произведение групп. Конечные абелевы группы.	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
4.4	Китайская теорема об остатках. Шифры. Китайская теорема об остатках. RSA. Дискретное логарифмирование. Протокол Диффи – Хеллмана.	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
4.5	Кольца и поля. Кольца, поля, подкольца. Обратимые элементы, делители нуля, нильпотенты, идемпотенты. Идеалы. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Китайская теорема об остатках для колец. Свойства ядра и образа при гомоморфизмах.	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/

4.6	Кольцо полиномов от одной переменной. Алгоритм Евклида, НОД для полиномов одной переменной. Идеалы кольца полиномов одной переменной. Неприводимые многочлены, единственность разложения на множители в $F[x]$.	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
4.7	Расширение полей. Характеристика полей. Расширение поля. Количество элементов в конечном поле, мультипликативная группа конечного поля. Классификация конечных полей Потоковый шифр.	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
4.8	Приложения абстрактной алгебры	2	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
Повторение перед экзаменом		2	
Устный экзамен в конце второго семестра		2	
Подведение итогов курса. Что такое математика и как ее учить?		2	
ВСЕГО		68	

Учебно-методическое обеспечение образовательного процесса

Цифровые образовательные ресурсы

1. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" - <http://window.edu.ru>;

2. Официальный портал поддержки ЕГЭ <http://ege.edu.ru/ru/index.php>

3. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов - <http://school-collection.edu.ru>;

4. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов - <http://fcior.edu.ru>.

5. Электронный архив научно – популярных журналов <http://library.controlchaostech.com/bel/>

Список сайтов, рекомендованных для использования обучающимися и преподавателями для доступа к высококачественным ЭОР

<http://www.mon.gov.ru/> - Министерство образования и науки Российской Федерации

<http://www.uznai-prezidenta.ru/> - Детский сайт Президента Российской Федерации

<http://www.ege.edu.ru/> - Портал информационной поддержки ЕГЭ

<http://www.eidos.ru/olymp/> - Всероссийские дистанционные эвристические олимпиады

<http://www.rosolymp.ru> Всероссийская олимпиада школьников

<http://www.en.edu.ru> - Естественнонаучный образовательный портал

<http://ege.edu.ru>- Портал информационной поддержки Единого государственного экзамена

<http://www.school.edu.ru> - Российский общеобразовательный портал

<http://vschool.km.ru> - Виртуальная школа Кирилла и Мефодия

www.school-collection.ru - Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов

<http://www.edu.ru> - Федеральный портал «Российское образование»

<http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/> – материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов

<http://www.uztest.ru> – ЕГЭ по математике: подготовка к тестированию

<http://www.maht-on-line.com> – Занимательная математика – школьникам (олимпиады, игры, конкурсы по математике)

<http://www.mathkang.ru> – международный математический конкурс «Кенгуру»

<http://http://ege2011.mioo.ru> – Московский институт открытого образования, система СтатГрад