

ПРИНЯТА

Педагогическим советом ОАНО «Школа ЦПМ»
(протокол от 29 августа 2025 г. №123)

УТВЕРЖДЕНА

приказом директора ОАНО «Школа ЦПМ»
от 29 августа 2025 г. №207/8-ОД25

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по курсу внеурочной деятельности
«Избранные главы высшей математики»
для обучающихся 11 класса

Составители:

А.Д. Кузнецов

Д. Э. Алексеева

Андросов Александр Александрович

sn=Андросов Александр

Александрович, o=ОАНО Школа

ЦПМ, ou=Директор,

email=a.androsov@school-cpm.ru,

c=RU

2025.08.29 09:41:13 +03'00'

Москва, 2024 г.

Пояснительная записка

Данный курс рассчитан на изучение нового материала, который в значительной степени соответствует содержанию курса «Математический анализ» и «Алгебра» в высших учебных заведениях. Это реализовано благодаря наличию, помимо лекционных занятий, большого количества самостоятельной работы слушателей над предложенным материалом. Возможность этого обеспечивается регулярными консультациями с преподавателем по сложным темам и возникающим вопросам. Цель данного курса – это, в первую очередь, развитие у учащихся общей математической грамотности и культуры математических рассуждений на существенно более сложном, формальном уровне, принятом в математической науке. Данный курс имеет лишь косвенное отношение к подготовке к классическим олимпиадам школьников. Для того, чтобы достичь в классических олимпиадах высоких результатов, необходимо заниматься олимпиадной математикой на соответствующем профильном курсе.

Методологической основой реализации поставленной цели являются следующие принципы:

– Принцип развития, который состоит в том, что подготовка должна быть нацелена прежде всего на создание условий для всестороннего развития мышления и личностных качеств каждого ученика, а не ограничиваться тренингом в освоении ими методов математики. Суть этого принципа можно кратко выразить тезисом: «развитие средствами математики каждого ученика».

– Принцип «выращивания» состоит в совмещении, с одной стороны, внутренней активности ученика, его целенаправленных попыток раскрыть и реализовать свой потенциал, а с другой стороны, внешней организации этой активности со стороны учителя в рамках той же цели.

– Принцип успешности состоит в акцентировке на успешность, то есть в создании такой среды, где к ошибке относятся как к ступеньке роста, а не поводу для огорчения и порицания, где ценится и поддерживается успех каждого ученика относительно себя, независимо от начального уровня его подготовки и математических способностей.

Планируемые результаты освоения курса

Освоение курса внеурочной деятельности «Избранные главы высшей математики» обеспечивает достижение следующих предметных образовательных результатов:

развитие способностей к логическому мышлению, исследованию и решению математически формализованных задач;

обучение основным математическим методам, необходимым для анализа и моделирования процессов, явлений, устройств;

выработка умения анализировать полученные результаты, навыков самостоятельного изучения литературы по математике и ее приложениям;

понимание на примерах математических понятий и методов действие законов науки, сущность научного подхода, специфику математики и ее роль в развитии;

ознакомление с основными понятиями и методами математического анализа;

умение самостоятельно расширять и углублять математические знания;

владение математической символикой;

ознакомление с математическими моделями простейших систем и процессов в естествознании и технике;

умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной форме, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;

критичность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач;

умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;

способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений.

умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;

умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять ее в понятной форме, принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;

умение понимать и использовать математические средства наглядности (графики, диаграммы, таблицы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;

умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки;

умение применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач;

понимание сущности алгоритмических предписаний и умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;

умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;

умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

первоначальные представления об идеях методах математики как универсальном языке науки и техники, средстве моделирования явлений и процессов.

Содержание курса

Раздел 1. Множества. Действительные числа. Логика.

Введение в теорию множеств. Определение и примеры множеств. Операции над множествами. Индикаторная функция. Формула включений-исключений. Парадокс Рассела. Функция и график. Понятие отображения (функции). График функции. Композиция отображений. Свойства отображений: инъекция, сюръекция, биекция, сужение и продолжение. Образ и прообраз. Числовые множества. Аксиоматическое задание действительных чисел. Точная верхняя и нижняя грань множества. Аксиома отделимости. Длина окружности, число, длина дуги окружности, радианная мера дуги. Альтернативный метод задания действительных чисел: Дедекиндовы сечения. Мощность множества. Счетное множество. Континуальное множества. Континуум гипотеза. Теорема Кантора. Парадокс Кантора. Теория множеств Цермело – Френкеля с аксиомой выбора. Мощность множества. Теорема Кантора – Бернштейна. Правила вывода. Определение доказательства. Теорема Геделя о неполноте. Компьютерное доказательство.

Раздел 2. Пределы и дифференциальное исчисление.

Определение предела последовательности. Свойства предела последовательности. Существование предела последовательности. Определение предела функции. Свойства предела функции. Существование предела функции. Непрерывность функции в точке. Непрерывные функции. Точки разрыва. Свойства непрерывных функций. Дифференцируемая функция. Задачи, наводящие на понятие дифференциала. Функция, дифференцируемая в точке. Геометрический смысл производной и дифференциала. Основные правила дифференциального исчисления. Дифференцирование и арифметические операции. Дифференцирование композиции функций. Дифференцирование обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференцировании неявно заданной функции. Основные теоремы дифференциального исчисления. Лемма Ферма и теорема Ролля. Теорема Лагранжа и теорема Коши о конечном приращении. Формула Тейлора. Формула Маклорена. Исследование функций методом дифференциального исчисления. Условия монотонности функции. Условия внутреннего экстремума функции. Условия выпуклости функции. Правило Лопиталя. Построение графиков. О-нотации. Эквивалентные функции. Вычисление пределов с помощью эквивалентных функций. Асимптотика алгоритмов. Примеры использования дифференциального исчисления в прикладных и естественных задачах. Первообразная. Определение первообразной и определённого интеграла. Основные принципы отыскания первообразной. Первообразные рациональных функций. Универсальная тригонометрическая подстановка.

Раздел 3. Интегральное исчисление.

Задачи, наводящие на понятие определенного интеграла. Определение интеграла Римана. Свойства интеграла: линейность интеграла, аддитивность интеграла, монотонность интеграла. Теоремы о среднем. Вычисление интеграла. Связь интеграла и первообразной. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование по частям. Замена переменной в интеграле. Приложения интеграла: длина пути, площадь криволинейной трапеции, объем тела вращения, работа и энергия.

Раздел 4. Абстрактная алгебра.

Бинарные операции. Ассоциативность, нейтральный элемент, обратный элемент, коммутативность. Группы: аддитивные и мультипликативные. Подгруппы, циклические подгруппы. Порядок элемента. Классификация циклических групп. Подгруппы целых чисел. Подгруппы группы. Правый и левый смежные классы элементы. Нормальная подгруппа. Теорема Лагранжа. Гомоморфизмы и автоморфизмы групп. Ядро и образ гомоморфизма. Прямое произведение групп. Конечные абелевы группы. Китайская теорема об остатках. Шифры. RSA. Дискретное логарифмирование. Протокол Диффи – Хеллмана. Кольца, поля, подкольца. Обратимые элементы, делители нуля, нильпотенты, идемпотенты. Идеалы. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Китайская теорема об остатках для колец. Свойства ядра и образа при гомоморфизмах. Кольцо полиномов от одной переменной. Алгоритм Евклида, НОД для кольца полиномов от одной переменной. Идеалы кольца полиномов от одной переменной. Неприводимые многочлены, единственность разложения на множители в конечном поле, мультипликативная группа конечного поля. Классификация конечных полей. Поточковый шифр. Приложения абстрактной алгебры.

Тематическое планирование курса

11 класс (136 часов)

№	Наименование раздела / темы	Количество ак. ч.	Ссылка на ЭОР
1	Множества. Действительные числа. Логика	24	
1.1	Введение в теорию множеств. Определение и примеры множеств. Операции над множествами. Индикаторная функция. Формула включений-исключений. Парадокс Рассела.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
1.2	Функция и график. Понятие отображения (функции). График функции. Композиция отображений. Свойства отображений: инъекция, сюръекция, биекция, сужение и продолжение. Образ и прообраз.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
1.3	Числовые множества. Аксиоматическое задание действительных чисел. Точная верхняя и нижняя грань множества. Аксиома отделимости. Длина окружности, число π , длина дуги окружности, радианная мера дуги. Альтернативный метод задания действительных чисел: Дедекиндовы сечения.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
1.4	Мощность множества. Счетное множество. Континуальное множества. Континуум гипотеза. Теорема Кантора. Парадокс Кантора. Теория множеств Цермело – Френкеля с аксиомой выбора.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
1.5	Мощность множества. Теорема Кантора – Бернштейна.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
1.6	Что такое доказательство. Правила вывода. Доказательство. Теорема Геделя о неполноте. Как	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/

	реализовано компьютерное доказательство.		
2	Пределы и дифференциальное исчисление	36	
2.1	Предел последовательности. Предел функции начало. Определение предела последовательности. Свойства предела последовательности. Существование предела последовательности. Определение предела функции. Свойства предела функции.	8	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
2.2	Предел функции (продолжение). Непрерывные функции. Существование предела функции. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва. Свойства непрерывных функций.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
2.3	Дифференцируемая функция. Задачи, наводящие на понятие дифференциала. Функция, дифференцируемая в точке. Геометрический смысл производной и дифференциала.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
2.4	Основные правила дифференциального исчисления. Дифференцирование и арифметические операции. Дифференцирование композиции функций. Дифференцирование обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференцировании неявно заданной функции.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
2.5	Основные теоремы дифференциального исчисления. Лемма Ферма и теорема Ролля. Теорема Лагранжа и теорема Коши о	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/

	конечном приращении. Формула Тейлора. Формула Маклорена.		
2.6	Исследование функций методом дифференциального исчисления. Условия монотонности функции. Условия внутреннего экстремума функции. Условия выпуклости функции. Правило Лопиталья. Построение графиков.	4	http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/
2.7	О-нотации. Эквивалентные функции. Вычисление предела с помощью эквивалентных функций. Асимптотика алгоритмов.	4	http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/
2.8	Примеры использования дифференциального исчисления в прикладных и естественных задачах. Доклады.	4	http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/
Повторение перед экзаменом		4	
Устный экзамен в конце первого семестра		4	
3	Интегральное исчисление	20	
3.1	Первообразная. Определение первообразной и определённого интеграла. Основные принципы отыскания первообразной. Первообразные рациональных функций. Универсальная тригонометрическая замена.	4	http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/
3.2	Определение интеграла (определённого). Задачи, наводящие на понятие определённого интеграла. Определение интеграла Римана.	4	http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/
3.3	Свойства интеграла. Линейность интеграла. Аддитивность интеграла. Монотонность интеграла. Теоремы о среднем.	4	http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/

3.4	Вычисление интеграла. Связь интеграла и первообразной. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование по частям. Замена переменной в интеграле.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
3.5	Приложения интеграла. Длина пути. Площадь криволинейной трапеции. Объем тела вращения. Работа и энергия. Доклады.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
4	Абстрактная алгебра	36	
4.1	Группы. Бинарные операции. Ассоциативность, нейтральный элемент, обратный элемент, коммутативность. Группы: аддитивные и мультипликативные. Подгруппы, циклические подгруппы. Порядок элемента. Классификация циклических групп.	8	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
4.2	Подгруппы целых чисел. Подгруппы группы Z_n . Правый и левый смежные классы. Нормальная подгруппа. Теорема Лагранжа.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
4.3	Гомоморфизмы и автоморфизмы групп. Ядро и образ гомоморфизма. Прямое произведение групп. Конечные абелевы группы.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
4.4	Китайская теорема об остатках. Шифры. Китайская теорема об остатках. RSA. Дискретное логарифмирование. Протокол Диффи – Хеллмана.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
4.5	Кольца и поля. Кольца, поля, подкольца. Обратимые элементы, делители нуля, нильпотенты, идемпотенты. Идеалы. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Китайская теорема об остатках для колец. Свойства ядра и образа при гомоморфизмах.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/

4.6	Кольцо полиномов от одной переменной. Алгоритм Евклида, НОД для полиномов одной переменной. Идеалы кольца полиномов одной переменной. Неприводимые многочлены, единственность разложения на множители в $F[x]$.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
4.7	Расширение полей. Характеристика полей. Расширение поля. Количество элементов в конечном поле, мультипликативная группа конечного поля. Классификация конечных полей Потоковый шифр.	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
4.8	Приложения абстрактной алгебры	4	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
Повторение перед экзаменом		4	
Устный экзамен в конце второго семестра		4	
Подведение итогов курса. Что такое математика и как ее учить?		4	
ВСЕГО		136	

Учебно-методическое обеспечение образовательного процесса

Цифровые образовательные ресурсы

1. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" - <http://window.edu.ru>;

2. Официальный портал поддержки ЕГЭ <http://ege.edu.ru/ru/index.php>

3. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов - <http://school-collection.edu.ru>;

4. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов - <http://fcior.edu.ru>.

5. Электронный архив научно – популярных журналов <http://library.controlchaostech.com/bel/>

Список сайтов, рекомендованных для использования обучающимися и преподавателями для доступа к высококачественным ЭОР

<http://www.mon.gov.ru/> - Министерство образования и науки Российской Федерации

<http://www.uznai-prezidenta.ru/> - Детский сайт Президента Российской Федерации

<http://www.ege.edu.ru/> - Портал информационной поддержки ЕГЭ

<http://www.eidos.ru/olymp/> - Всероссийские дистанционные эвристические олимпиады

<http://www.rosolymp.ru> Всероссийская олимпиада школьников

<http://www.en.edu.ru> - Естественнонаучный образовательный портал

<http://ege.edu.ru>- Портал информационной поддержки Единого государственного экзамена

<http://www.school.edu.ru> - Российский общеобразовательный портал

<http://vschool.km.ru> - Виртуальная школа Кирилла и Мефодия

www.school-collection.ru - Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов

<http://www.edu.ru> - Федеральный портал «Российское образование»

<http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/> – материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов

<http://www.uztest.ru> – ЕГЭ по математике: подготовка к тестированию

<http://www.maht-on-line.com> – Занимательная математика – школьникам (олимпиады, игры, конкурсы по математике)

<http://www.mathkang.ru> – международный математический конкурс «Кенгуру»

<http://http://ege2011.mioo.ru> – Московский институт открытого образования, система СтатГрад