

ПРИНЯТА  
Педагогическим советом АНО ОШ ЦПМ  
(протокол от 28 августа 2024 г. №99)

УТВЕРЖДЕНА  
приказом директора АНО ОШ ЦПМ  
от 29 августа 2024 г. №677-ОД24

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
по курсу внеурочной деятельности  
**«Избранные главы высшей математики»**  
для обучающихся 11 класса

Составители:  
А.Д. Кузнецов  
Д. Э. Алексеева

Москва, 2024 г.

## Пояснительная записка

Данный курс рассчитан на изучение нового материала, который в значительной степени соответствует содержанию курса «Математический анализ» и «Алгебра» в высших учебных заведениях. Это реализовано благодаря наличию, помимо лекционных занятий, большого количества самостоятельной работы слушателей над предложенным материалом. Возможность этого обеспечивается регулярными консультациями с преподавателем по сложным темам и возникающим вопросам. Цель данного курса – это, в первую очередь, развитие у учащихся общей математической грамотности и культуры математических рассуждений на существенно более сложном, формальном уровне, принятом в математической науке. Данный курс имеет лишь косвенное отношение к подготовке к классическим олимпиадам школьников. Для того, чтобы достичь в классических олимпиадах высоких результатов, необходимо заниматься олимпиадной математикой на соответствующем профильном курсе.

Методологической основой реализации поставленной цели являются следующие принципы:

– Принцип развития, который состоит в том, что подготовка должна быть нацелена прежде всего на создание условий для всестороннего развития мышления и личностных качеств каждого ученика, а не ограничиваться тренингом в освоении ими методов математики. Суть этого принципа можно кратко выразить тезисом: «развитие средствами математики каждого ученика».

– Принцип «выращивания» состоит в совмещении, с одной стороны, внутренней активности ученика, его целенаправленных попыток раскрыть и реализовать свой потенциал, а с другой стороны, внешней организации этой активности со стороны учителя в рамках той же цели.

– Принцип успешности состоит в акцентировке на успешность, то есть в создании такой среды, где к ошибке относятся как к ступеньке роста, а не поводу для огорчения и порицания, где ценится и поддерживается успех каждого ученика относительно себя, независимо от начального уровня его подготовки и математических способностей.

## Планируемые результаты освоения курса

Освоение курса внеурочной деятельности «Избранные главы высшей математики» обеспечивает достижение следующих предметных образовательных результатов:

развитие способностей к логическому мышлению, исследованию и решению математически формализованных задач;

обучение основным математическим методам, необходимым для анализа и моделирования процессов, явлений, устройств;

выработка умения анализировать полученные результаты, навыков самостоятельного изучения литературы по математике и ее приложениям;

понимание на примерах математических понятий и методов действие законов науки, сущность научного подхода, специфику математики и ее роль в развитии;

ознакомление с основными понятиями и методами математического анализа;

умение самостоятельно расширять и углублять математические знания;

владение математической символикой;

ознакомление с математическими моделями простейших систем и процессов в естествознании и технике;

умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной форме, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;

критичность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач;

умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;

способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений.

умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;

умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять ее в понятной форме, принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;

умение понимать и использовать математические средства наглядности (графики, диаграммы, таблицы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;

умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки;

умение применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач;

понимание сущности алгоритмических предписаний и умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;

умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;

умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

первоначальные представления об идеях методах математики как универсальном языке науки и техники, средстве моделирования явлений и процессов.

## Содержание курса

### Раздел 1. Множества. Действительные числа. Логика.

Введение в теорию множеств. Определение и примеры множеств. Операции над множествами. Индикаторная функция. Формула включений-исключений. Парадокс Рассела. Функция и график. Понятие отображения (функции). График функции. Композиция отображений. Свойства отображений: инъекция, сюръекция, биекция, сужение и продолжение. Образ и прообраз. Числовые множества. Аксиоматическое задание действительных чисел. Точная верхняя и нижняя грань множества. Аксиома отделимости. Длина окружности, число, длина дуги окружности, радианная мера дуги. Альтернативный метод задания действительных чисел: Дедекиндовы сечения. Мощность множества. Счетное множество. Континуальное множества. Континуум гипотеза. Теорема Кантора. Парадокс Кантора. Теория множеств Цермело – Френкеля с аксиомой выбора. Мощность множества. Теорема Кантора – Бернштейна. Правила вывода. Определение доказательства. Теорема Геделя о неполноте. Компьютерное доказательство.

### Раздел 2. Пределы и дифференциальное исчисление.

Определение предела последовательности. Свойства предела последовательности. Существование предела последовательности. Определение предела функции. Свойства предела функции. Существование предела функции. Непрерывность функции в точке. Непрерывные функции. Точки разрыва. Свойства непрерывных функций. Дифференцируемая функция. Задачи, наводящие на понятие дифференциала. Функция, дифференцируемая в точке. Геометрический смысл производной и дифференциала. Основные правила дифференциального исчисления. Дифференцирование и арифметические операции. Дифференцирование композиции функций. Дифференцирование обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференцирование неявно заданной функции. Основные теоремы дифференциального исчисления. Лемма Ферма и теорема Ролля. Теорема Лагранжа и теорема Коши о конечном приращении. Формула Тейлора. Формула Маклорена. Исследование функций методом дифференциального исчисления. Условия монотонности функции. Условия внутреннего экстремума функции. Условия выпуклости функции. Правило Лопиталя. Построение графиков. О-нотации. Эквивалентные функции. Вычисление пределов с помощью эквивалентных функций. Асимптотика алгоритмов. Примеры использования дифференциального исчисления в прикладных и естественных задачах. Первообразная. Определение первообразной и определённого интеграла. Основные принципы отыскания первообразной. Первообразные рациональных функций. Универсальная тригонометрическая подстановка.

### Раздел 3. Интегральное исчисление.

Задачи, наводящие на понятие определенного интеграла. Определение интеграла Римана. Свойства интеграла: линейность интеграла, аддитивность интеграла, монотонность интеграла. Теоремы о среднем. Вычисление интеграла. Связь интеграла и первообразной. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование по частям. Замена переменной в интеграле. Приложения интеграла: длина пути, площадь криволинейной трапеции, объем тела вращения, работа и энергия.

### Раздел 4. Абстрактная алгебра.

Бинарные операции. Ассоциативность, нейтральный элемент, обратный элемент, коммутативность. Группы: аддитивные и мультипликативные. Подгруппы, циклические подгруппы. Порядок элемента. Классификация циклических групп. Подгруппы целых чисел. Подгруппы группы. Правый и левый смежные классы элементы. Нормальная подгруппа. Теорема Лагранжа. Гомоморфизмы и автоморфизмы групп. Ядро и образ гомоморфизма. Прямое произведение групп. Конечные абелевы группы. Китайская теорема об остатках. Шифры. RSA. Дискретное логарифмирование. Протокол Диффи – Хеллмана. Кольца, поля, подкольца. Обратимые элементы, делители нуля, нильпотенты, идемпотенты. Идеалы. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Китайская теорема об остатках для колец. Свойства ядра и образа при гомоморфизмах. Кольцо полиномов от одной переменной. Алгоритм Евклида, НОД для кольца полиномов от одной переменной. Идеалы кольца полиномов от одной переменной. Неприводимые многочлены, единственность разложения на множители в конечном поле, мультипликативная группа конечного поля. Классификация конечных полей. Поточковый шифр. Приложения абстрактной алгебры.

## Тематическое планирование курса

## 11 класс (136 часов)

№	Наименование раздела / темы	Количество ак. ч.	Ссылка на ЭОР
1	<b>Множества. Действительные числа. Логика</b>	24	
1.1	<b>Введение в теорию множеств.</b> Определение и примеры множеств. Операции над множествами. Индикаторная функция. Формула включений-исключений. Парадокс Рассела.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
1.2	<b>Функция и график.</b> Понятие отображения (функции). График функции. Композиция отображений. Свойства отображений: инъекция, сюръекция, биекция, сужение и продолжение. Образ и прообраз.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
1.3	<b>Числовые множества.</b> Аксиоматическое задание действительных чисел. Точная верхняя и нижняя грань множества. Аксиома отделимости. Длина окружности, число $\pi$ , длина дуги окружности, радианная мера дуги. Альтернативный метод задания действительных чисел: Дедекиндовы сечения.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
1.4	<b>Мощность множества.</b> Счетное множество. Континуальное множества. Континуум гипотеза. Теорема Кантора. Парадокс Кантора. Теория множеств Цермело – Френкеля с аксиомой выбора.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
1.5	<b>Мощность множества.</b> Теорема Кантора – Бернштейна.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
1.6	<b>Что такое доказательство.</b> Правила вывода. Доказательство. Теорема Геделя о неполноте. Как	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>

	реализовано компьютерное доказательство.		
2	<b>Пределы и дифференциальное исчисление</b>	<b>36</b>	
2.1	<b>Предел последовательности. Предел функции начало.</b> Определение предела последовательности. Свойства предела последовательности. Существование предела последовательности. Определение предела функции. Свойства предела функции.	8	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
2.2	<b>Предел функции (продолжение). Непрерывные функции.</b> Существование предела функции. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва. Свойства непрерывных функций.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
2.3	<b>Дифференцируемая функция.</b> Задачи, наводящие на понятие дифференциала. Функция, дифференцируемая в точке. Геометрический смысл производной и дифференциала.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
2.4	<b>Основные правила дифференциального исчисления.</b> Дифференцирование и арифметические операции. Дифференцирование композиции функций. Дифференцирование обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференцировании неявно заданной функции.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
2.5	<b>Основные теоремы дифференциального исчисления.</b> Лемма Ферма и теорема Ролля. Теорема Лагранжа и теорема Коши о	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>

	конечном приращении. Формула Тейлора. Формула Маклорена.		
2.6	<b>Исследование функций методом дифференциального исчисления.</b> Условия монотонности функции. Условия внутреннего экстремума функции. Условия выпуклости функции. Правило Лопиталья. Построение графиков.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
2.7	<b>О-нотации.</b> Эквивалентные функции. Вычисление предела с помощью эквивалентных функций. Асимптотика алгоритмов.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
2.8	<b>Примеры использования дифференциального исчисления в прикладных и естественных задачах.</b> Доклады.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
<b>Повторение перед экзаменом</b>		<b>4</b>	
<b>Устный экзамен в конце первого семестра</b>		<b>4</b>	
<b>3</b>	<b>Интегральное исчисление</b>	<b>20</b>	
3.1	<b>Первообразная.</b> Определение первообразной и определённого интеграла. Основные принципы отыскания первообразной. Первообразные рациональных функций. Универсальная тригонометрическая замена.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
3.2	<b>Определение интеграла (определённого).</b> Задачи, наводящие на понятие определённого интеграла. Определение интеграла Римана.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
3.3	<b>Свойства интеграла.</b> Линейность интеграла. Аддитивность интеграла. Монотонность интеграла. Теоремы о среднем.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school- collection.edu.ru/collection/matematika/</a>



3.4	<b>Вычисление интеграла.</b> Связь интеграла и первообразной. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование по частям. Замена переменной в интеграле.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
3.5	<b>Приложения интеграла.</b> Длина пути. Площадь криволинейной трапеции. Объем тела вращения. Работа и энергия. Доклады.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
<b>4</b>	<b>Абстрактная алгебра</b>	<b>36</b>	
4.1	<b>Группы.</b> Бинарные операции. Ассоциативность, нейтральный элемент, обратный элемент, коммутативность. Группы: аддитивные и мультипликативные. Подгруппы, циклические подгруппы. Порядок элемента. Классификация циклических групп.	8	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
4.2	<b>Подгруппы целых чисел.</b> Подгруппы группы $Z_n$ . Правый и левый смежные классы. Нормальная подгруппа. Теорема Лагранжа.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
4.3	<b>Гомоморфизмы и автоморфизмы групп.</b> Ядро и образ гомоморфизма. Прямое произведение групп. Конечные абелевы группы.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
4.4	<b>Китайская теорема об остатках. Шифры.</b> Китайская теорема об остатках. RSA. Дискретное логарифмирование. Протокол Диффи – Хеллмана.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
4.5	<b>Кольца и поля.</b> Кольца, поля, подкольца. Обратимые элементы, делители нуля, нильпотенты, идемпотенты. Идеалы. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Китайская теорема об остатках для колец. Свойства ядра и образа при гомоморфизмах.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>

4.6	<b>Кольцо полиномов от одной переменной.</b> Алгоритм Евклида, НОД для полиномов одной переменной. Идеалы кольца полиномов одной переменной. Неприводимые многочлены, единственность разложения на множители в $F[x]$ .	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
4.7	<b>Расширение полей.</b> Характеристика полей. Расширение поля. Количество элементов в конечном поле, мультипликативная группа конечного поля. Классификация конечных полей Потоковый шифр.	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
4.8	<b>Приложения абстрактной алгебры</b>	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
<b>Повторение перед экзаменом</b>		<b>4</b>	
<b>Устный экзамен в конце второго семестра</b>		<b>4</b>	
Подведение итогов курса. Что такое математика и как ее учить?		4	
<b>ВСЕГО</b>		<b>136</b>	

## Учебно-методическое обеспечение образовательного процесса

### Цифровые образовательные ресурсы

1. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" - <http://window.edu.ru>;

2. Официальный портал поддержки ЕГЭ <http://ege.edu.ru/ru/index.php>

3. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов - <http://school-collection.edu.ru>;

4. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов - <http://fcior.edu.ru>.

5. Электронный архив научно – популярных журналов <http://library.controlchaostech.com/bel/>

Список сайтов, рекомендованных для использования обучающимися и преподавателями для доступа к высококачественным ЭОР

<http://www.mon.gov.ru/> - Министерство образования и науки Российской Федерации

<http://www.uznai-prezidenta.ru/> - Детский сайт Президента Российской Федерации

<http://www.ege.edu.ru/> - Портал информационной поддержки ЕГЭ

<http://www.eidos.ru/olymp/> - Всероссийские дистанционные эвристические олимпиады

<http://www.rosolymp.ru> Всероссийская олимпиада школьников

<http://www.en.edu.ru> - Естественнонаучный образовательный портал

<http://ege.edu.ru>- Портал информационной поддержки Единого государственного экзамена

<http://www.school.edu.ru> - Российский общеобразовательный портал

<http://vschool.km.ru> - Виртуальная школа Кирилла и Мефодия

[www.school-collection.ru](http://www.school-collection.ru) - Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов

<http://www.edu.ru> - Федеральный портал «Российское образование»

<http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/> – материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов

<http://www.uztest.ru> – ЕГЭ по математике: подготовка к тестированию

<http://www.maht-on-line.com> – Занимательная математика – школьникам (олимпиады, игры, конкурсы по математике)

<http://www.mathkang.ru> – международный математический конкурс «Кенгуру»

<http://http://ege2011.mioo.ru> – Московский институт открытого образования, система СтатГрад