

ПРИНЯТА

Педагогическим советом ОАНО «Школа ЦПМ»
(протокол от 29 августа 2025 г. №123)

УТВЕРЖДЕНА

приказом директора ОАНО «Школа ЦПМ»
от 29 августа 2025 г. №207/8-ОД25

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дополнительному учебному предмету
«Практикум по математике»
для обучающихся 11 класса

Составитель:
А.Д. Кузнецов

Андросов Александр Александрович
sp=Андросов Александр
Александрович, o=ОАНО Школа
ЦПМ, ou=Директор,
email=a.androsov@school-cpm.ru,
c=RU
2025.08.29 09:41:13 +03'00'

Москва, 2024 г.

Пояснительная записка

В современном мире сферы применения математики расширяются, поэтому математические знания, как и математический стиль мышления становятся очень важными, а некоторых направлениях деятельности ключевыми, откуда вытекает необходимость более интенсивного и глубокого получения математических знаний, а также решения нестандартных и идейных задач. В процессе изучения математики в арсенал приёмов и методов мышления человека естественным образом включаются индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия.

Основой понимания любой науки является не просто изучение теоретического материала, но и успешное применение его на практике, самостоятельное построение выводов и использование различных методов, для получения результата. Практика решения задач развивает логическое мышление, настойчивость и креативность. В рамках курса обучающимся будет необходимо решать различные по сложности и цели задачи, направленные на расширение кругозора, правильность построения выводов, закрепление пройденного в рамках школьной программы материала. Такой вид работы школьников позволит им применить знания и умения, приобретенные на уроках, а также совершить самостоятельно открытия, демонстрирующее красоту математической мысли и позволяющее пережить радость творчества и удовольствие от интеллектуальной деятельности. Самостоятельно полученные выводы в ходе курса создают прочный фундамент для дальнейшего глубокого изучения математики и расширяют возможности обучающихся в рамках решения более простых задач. Курс направлен на развитие у каждого ребенка гибкости мышления, воображения, самостоятельности, творческих способностей, а также повышает интерес к математике и уровень математической подготовки.

Курс «Практикум по математике» позволит обучающимся углубленно рассмотреть темы школьной программы, позволит обучающимся на наглядных примерах осознать широту применения математических знаний. Школьники смогут самостоятельно выводить правила и теоремы, необходимые для дальнейшего изучения математики, что позволит получить опыт в исследованиях и создать положительные эмоции, позволяющие двигаться по программе с энтузиазмом и проявляя инициативу в новых исследованиях. В ходе курса, школьники рассмотрят задачи, расширяющие их арсенал знаний и умений, а также позволяющие сделать выводы об оптимизации ранее полученных решений. Данный курс также создаст базу для проектной работы школьников в математическом векторе или позволит создать метапредметные исследования в экономике, информатике и физике, что положительно влияет на всесторонне развитие и позволит закрепить знания на практике.

Целью курса «Практикум по математике» является введение постоянной математической практики учащимся 11 классов, ориентированной на закрепление знаний, полученных на уроках, а также развитие мотивации, мышления, творческих способностей и за счет этого — достижение более высокого уровня их общей математической подготовки. Концептуальная идея данного курса состоит в том, чтобы на основе системно-деятельностного подхода разработать педагогический инструментарий (учебное содержание, технологии, методики, методическое обеспечение) непрерывной подготовки по математике в 11 классе.

Методологической основой реализации поставленной цели являются следующие принципы:

– Принцип развития, который состоит в том, что подготовка должна быть нацелена прежде всего на создание условий для всестороннего развития мышления и личностных качеств каждого ученика, а не ограничиваться тренингом в освоении ими методов математики. Суть этого принципа можно кратко выразить тезисом: «развитие средствами математики каждого ученика».

– Принцип «выращивания» состоит в совмещении, с одной стороны, внутренней активности ученика, его целенаправленных попыток раскрыть и реализовать свой потенциал,

а с другой стороны, внешней организации этой активности со стороны учителя в рамках той же цели.

– Принцип успешности состоит в акцентировке на успешность, то есть в создании такой среды, где к ошибке относятся как к ступеньке роста, а не поводу для огорчения и порицания, где ценится и поддерживается успех каждого ученика относительно себя, независимо от начального уровня его подготовки и математических способностей.

Планируемые результаты освоения предмета

Освоение учебного курса «Практикум по математике» в 11 классе обеспечивает помощь в достижении следующих предметных образовательных результатов по основному учебному предмету «Математика»:

Алгебра и начала математического анализа

Числа и вычисления

Свободно оперировать понятиями: натуральное и целое число, множества натуральных и целых чисел; использовать признаки делимости целых чисел, НОД и НОК натуральных чисел для решения задач, применять алгоритм Евклида.

Свободно оперировать понятием остатка по модулю; записывать натуральные числа в различных позиционных системах счисления.

Свободно оперировать понятиями: комплексное число и множество комплексных чисел; представлять комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме, выполнять арифметические операции с ними и изображать на координатной плоскости.

Уравнения и неравенства

Свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические неравенства; находить их решения с помощью равносильных переходов.

Осуществлять отбор корней при решении тригонометрического уравнения.

Свободно оперировать понятием тригонометрическое неравенство; применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических неравенств.

Свободно оперировать понятиями: система и совокупность уравнений и неравенств; равносильные системы и системы- следствия; находить решения системы и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств.

Решать рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства, содержащие модули и параметры.

Применять графические методы для решения уравнений и неравенств, а также задач с параметрами.

Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат.

Функции и графики

Строить графики композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции двух функций.

Строить геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости.

Свободно оперировать понятиями: графики тригонометрических функций.

Применять функции для моделирования и исследования реальных процессов.

Начала математического анализа

Использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы.

Находить наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке.

Использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса,

заданного формулой или графиком.

Свободно оперировать понятиями: первообразная, определённый интеграл; находить первообразные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле Ньютона — Лейбница.

Находить площади плоских фигур и объёмы тел с помощью интеграла.

Иметь представление о математическом моделировании на примере составления дифференциальных уравнений.

Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

Геометрия

Свободно оперировать понятиями, связанными с цилиндрической, конической и сферической поверхностями; объяснять способы получения.

Оперировать понятиями, связанными с телами вращения: цилиндром, конусом, сферой и шаром.

Распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар) и объяснять способы получения тел вращения.

Классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости.

Вычислять величины элементов многогранников и тел вращения; объёмы и площади поверхностей многогранников и тел вращения, геометрических тел с применением формул.

Свободно оперировать понятиями, связанными с комбинациями тел вращения и многогранников: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы; сфера, вписанная в многогранник или тело вращения.

Вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел.

Изображать изучаемые фигуры; выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу; строить сечения тел вращения.

Извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках.

Свободно оперировать понятием вектор в пространстве.

Выполнять операции над векторами.

Задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат.

Решать геометрические задачи на вычисление углов между прямыми и плоскостями; вычисление расстояний от точки до плоскости; в целом, на применение векторно-координатного метода при решении.

Свободно оперировать понятиями, связанными с движением в пространстве; знать свойства движений.

Выполнять изображения многогранником и тел вращения при параллельном переносе, центральной симметрии, зеркальной симметрии, при повороте вокруг прямой; преобразования подобия.

Строить сечения многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара.

Использовать методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

Доказывать геометрические утверждения.

Применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной и неявной форме.

Решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение

геометрических величин.

Применять программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач.

Применять полученные знания на практике: сравнивать, анализировать и оценивать реальные ситуации; применять изученные понятия, теоремы, свойства в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

Иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

Вероятность и статистика

Оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин; использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин.

Свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения); применять свойства математического ожидания при решении задач; вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений.

Свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины; применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач; вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений.

Вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам. Оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями.

Содержание предмета

Числа и вычисления

Натуральные и целые числа. Применение признаков делимости целых чисел, НОД и НОК, остатков по модулю, алгоритма Евклида для решения задач в целых числах.

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Арифметические операции с комплексными числами. Изображение комплексных чисел на координатной плоскости. Формула Муавра. Корни n -ой степени из комплексного числа. Применение комплексных чисел для решения физических и геометрических задач.

Уравнения и неравенства

Система и совокупность уравнений и неравенств. Равносильные системы и системы-следствия. Равносильные неравенства.

Отбор корней тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности. Решение тригонометрических неравенств.

Основные методы решения показательных и логарифмических неравенств.

Основные методы решения иррациональных неравенств.

Основные методы решения систем и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений.

Уравнения, неравенства и системы с параметрами.

Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов.

Функции и графики

График композиции функций. Геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости.

Тригонометрические функции, их свойства и графики.

Графические методы решения уравнений и неравенств. Графические методы решения задач с параметрами.

Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни.

Начала математического анализа

Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке.

Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.

Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных.

Интеграл. Геометрический смысл интеграла. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона — Лейбница.

Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур и объёмов геометрических тел.

Примеры решений дифференциальных уравнений. Математическое моделирование реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений.

Тела вращения

Понятия: цилиндрическая поверхность, коническая поверхность, сферическая поверхность, образующие поверхностей. Тела вращения: цилиндр, конус, усечённый конус, сфера, шар. Взаимное расположение сферы и плоскости; касательная плоскость к сфере. Изображение тел вращения на плоскости. Развёртка цилиндра и конуса. Симметрия сферы и шара.

Объём. Основные свойства объёмов тел. Теорема об объёме прямоугольного параллелепипеда и следствия из неё. Объём прямой и наклонной призмы, цилиндра, пирамиды и конуса. Объём шара и шарового сегмента.

Комбинации тел вращения и многогранников. Призма, вписанная в цилиндр, описанная около цилиндра. Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Понятие многогранника, описанного около сферы, сферы, вписанной в многогранник или тело вращения.

Площадь поверхности цилиндра, конуса; площадь сферы и её частей.

Подобие в пространстве. Отношение объёмов, площадей поверхностей подобных фигур. Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Построение сечений многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара; методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

Векторы и координаты в пространстве

Векторы в пространстве. Операции над векторами. Векторное умножение векторов. Свойства векторного умножения. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Разложение вектора по базису. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач.

Движения в пространстве

Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой. Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера.

Вероятность и статистика

Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины.

Математическое ожидание случайной величины (распределения). Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений.

Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины (распределения). Дисперсия бинарной случайной величины. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия и стандартное отклонение биномиального распределения. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения.

Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Выборочные характеристики. Оценивание вероятности события по выборочным данным. Проверка простейших гипотез с помощью изученных распределений.

Непрерывные случайные величины. Примеры. Функция плотности вероятности распределения. Равномерное распределение и его свойства. Задачи, приводящие к показательному распределению. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения. Функция плотности и свойства нормального распределения.

Последовательность одиночных независимых событий. Задачи, приводящие к распределению Пуассона.

Ковариация двух случайных величин. Коэффициент линейной корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

Тематическое планирование предмета

11 класс (68 ч)

№	Наименование раздела / темы	Количество ак. ч.	Ссылка на ЭОР
1	Числа и вычисления	8	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
2	Уравнения и неравенства	8	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
3	Функции и графики	8	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
4	Начала математического анализа	8	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
5	Тела вращения	8	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
6	Векторы и координаты в пространстве	10	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
7	Движения в пространстве	8	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
8	Вероятность и статистика	10	http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/
ВСЕГО		68	

Учебно-методическое обеспечение образовательного процесса

Обязательные материалы для ученика

1. Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. Алгебра и начала анализа. 11 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни). В 2 ч./ [А. Г. Мордкович и др.]; под редакцией А. Г. Мордковича. - - М.: Мнемозина.
2. Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. Геометрия. 10 - 11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни. / [Л. С. Атанасян и др.]. - М.: Просвещение.

Цифровые образовательные ресурсы сети Интернет

1. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" - <http://window.edu.ru>;
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов -<http://school-collection.edu.ru>;
3. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов -<http://fcior.edu.ru>.
4. Электронный архив научно – популярных журналов <http://library.controlchaostech.com/bel/>
5. Список сайтов, рекомендованных для использования обучающимися и преподавателями для доступа к высококачественным ЭОР
<http://www.mon.gov.ru/> - Министерство образования и науки Российской Федерации
<http://www.uznai-prezidenta.ru/> - Детский сайт Президента Российской Федерации
<http://www.eidos.ru/olymp/> - Всероссийские дистанционные эвристические олимпиады
<http://www.en.edu.ru> - Естественнонаучный образовательный портал
<http://ege.edu.ru>- Портал информационной поддержки Единого государственного экзамена
<http://www.school.edu.ru> - Российский общеобразовательный портал
<http://vschool.km.ru> - Виртуальная школа Кирилла и Мефодия
www.school-collection.ru - Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов
<http://www.edu.ru> - Федеральный портал «Российское образование»
<http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/> – материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов
<http://www.maht-on-line.com> – Занимательная математика – школьникам (олимпиады, игры, конкурсы по математике)
<http://www.mathkang.ru> – международный математический конкурс «Кенгуру»
<http://http://ege2011.mioo.ru> – Московский институт открытого образования, система СтатГрад