



## ВСТУПИТЕЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ (2024-25 уч. г., демоверсия) 9 класс. Профильное тестирование по предмету «Математика» Время на выполнение работы: 120 минут.

### Первая часть

*Задачи по 5 баллов. К данным заданиям нужен только ответ.*

1. Эскалатор метро спускает идущего по нему человека за время  $t_1 = 1$  минута. Если человек будет двигаться относительно эскалатора вдвое быстрее, то он спустится за  $t_2 = 45$  секунд. Сколько времени будет спускаться человек, стоящий на эскалаторе?
2. Найдите наибольшее возможное значение выражения  $20x - 4y + 6z - 2x^2 - 4y^2 - 3z^2 - 2$ , где  $x, y$  – произвольные действительные числа.
3. Сколько существует восьмизначных чисел, произведение цифр в десятичной записи каждого из которых равно 8?
4. В трапеции  $ABCD$  ( $AD$  и  $BC$  – основания) с перпендикулярными диагоналями их точка пересечения разбивает каждую диагональ на отрезки целочисленной длины. Известно, что расстояние между серединами оснований равно 10, а диагональ  $BD$  равна 12. При какой наименьшей длине отрезка  $CP$  такая трапеция существует?

### Вторая часть

*Задачи по 10 баллов. К данным заданиям нужны подробные решения.*

5. В корзине лежат 11 яблок. Имеются весы, с помощью которых можно узнать суммарный вес любых двух яблок. Придумайте способ выяснить за 7 взвешиваний суммарный вес всех яблок.
6. В треугольнике  $ABC$   $\angle B = 60$ . На сторонах  $AB$  и  $BC$  нашлись такие точки  $P$  и  $Q$  соответственно, что  $AP = CQ$  и  $AP + PQ = AC$ . Докажите, что треугольник  $ABC$  – равносторонний.
7. Найдите все пары взаимно простых натуральных чисел  $a$  и  $b$ , удовлетворяющих равенству  $(a + b)^2 = a^3 + b$ .
8. Дан квадрат  $n$ . Назовём множество его клеток чётным, если в любом столбце и в любой строке лежит чётное число (возможно, 0) клеток этого множества. Найдите минимальное натуральное число  $k$  такое, что у любого множества из  $k$  клеток найдётся непустое чётное подмножество.

## Ответы

1. 90 секунд
2. 52
3. 120
4. 4
5. -
6. -
7. (2; 1)
8. 16