

**ПРИНЯТА**  
Педагогическим советом АНО ОШ ЦПМ  
(протокол от 28 августа 2023 г. № 73)

**УТВЕРЖДЕНА**  
приказом директора АНО ОШ ЦПМ  
от 29 августа 2023 г. № 408

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
**курса внеурочной деятельности «Практикум по математике»**  
**для обучающихся 9 класса**

Москва, 2023 год

## Пояснительная записка

В современном мире сферы применения математики расширяются, поэтому математические знания, как и математический стиль мышления становятся очень важными, а некоторых направлениях деятельности ключевыми, откуда вытекает необходимость более интенсивного и глубокого получения математических знаний, а также решения нестандартных и идейных задач. В процессе изучения математики в арсенал приёмов и методов мышления человека естественным образом включаются индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия.

Основой понимания любой науки является не просто изучение теоретического материала, но и успешное применение его на практике, самостоятельное построение выводов и использование различных методов, для получения результата. Практика решения задач развивает логическое мышление, настойчивость и креативность. В рамках курса обучающимся будет необходимо решать различные по сложности и цели задачи, направленные на расширение кругозора, правильность построения выводов, закрепление пройденного в рамках школьной программы материала. Такой вид работы школьников позволит им применить знания и умения, приобретенные на уроках, а также совершить самостоятельно открытия, демонстрирующее красоту математической мысли и позволяющее пережить радость творчества и удовольствие от интеллектуальной деятельности. Самостоятельно полученные выводы в ходе курса создают прочный фундамент для дальнейшего глубокого изучения математики и расширяют возможности обучающихся в рамках решения более простых задач. Курс направлен на развитие у каждого ребенка гибкости мышления, воображения, самостоятельности, творческих способностей, а также повышает интерес к математике и уровень математической подготовки.

Курс «Практикум по математике» позволит обучающимся углубленно рассмотреть темы школьной программы, позволит обучающимся на наглядных примерах осознать широту применения математических знаний. Школьники смогут самостоятельно выводить правила и теоремы, необходимые для дальнейшего изучения математики, что позволит получить опыт в исследованиях и создать положительные эмоции, позволяющие двигаться по программе с энтузиазмом и проявляя инициативу в новых исследованиях. В ходе курса, школьники рассмотрят задачи, расширяющие их арсенал знаний и умений, а также позволяющие сделать выводы об оптимизации ранее полученных решений. Данный курс также создаст базу для проектной работы школьников в математическом векторе или позволит создать метапредметные исследования в экономике, информатике и физике, что положительно влияет на всесторонне развитие и позволит закрепить знания на практике.

Целью курса «Практикум по математике» является введение постоянной математической практики учащимся 9 классов, ориентированной на закрепление знаний, полученных на уроках, а также развитие мотивации, мышления, творческих способностей и за счет этого — достижение более высокого уровня их общей математической подготовки. Концептуальная идея данного курса состоит в том, чтобы на основе системно-деятельностного подхода разработать педагогический инструментарий (учебное содержание, технологии, методики, методическое обеспечение) непрерывной подготовки по математике в 9 и далее в более старших классах.

Методологической основой реализации поставленной цели являются следующие принципы:

– Принцип развития, который состоит в том, что подготовка должна быть нацелена прежде всего на создание условий для всестороннего развития мышления и личностных качеств каждого ученика, а не ограничиваться тренингом в освоении ими методов математики. Суть этого принципа можно кратко выразить тезисом: «развитие средствами математики каждого ученика».

– Принцип «выращивания» состоит в совмещении, с одной стороны, внутренней активности ученика, его целенаправленных попыток раскрыть и реализовать свой потенциал, а с другой стороны, внешней организации этой активности со стороны учителя в рамках той же цели.

– Принцип успешности состоит в акцентировке на успешность, то есть в создании такой среды, где к ошибке относятся как к ступеньке роста, а не поводу для огорчения и порицания, где ценится и поддерживается успех каждого ученика относительно себя, независимо от начального уровня его подготовки и математических способностей.

### **Планируемые результаты освоения курса**

Освоение учебного курса «Практикум по математике» в 9 классе обеспечивает помощь в достижении следующих предметных образовательных результатов по основному учебному предмету «Математика»:

#### **Алгебра**

##### **Числа и вычисления**

Свободно оперировать понятиями: корень  $n$ -й степени, степень с рациональным показателем; находить корень  $n$ -й степени, степень с рациональным показателем, используя при необходимости калькулятор; применять свойства корня  $n$ -й степени, степени с рациональным показателем.

Использовать понятие множества действительных чисел при решении задач, проведении рассуждений и доказательств.

Сравнивать и упорядочивать действительные числа, округлять действительные числа, выполнять прикидку результата вычислений, оценку числовых выражений.

##### **Многочлены**

Свободно оперировать понятием квадратного трёхчлена; находить корни квадратного трёхчлена.

Раскладывать квадратный трёхчлен на линейные множители.

##### **Уравнения и неравенства**

Решать линейные и квадратные уравнения, уравнения, сводящиеся к ним, дробно-рациональные уравнения.

Решать несложные квадратные уравнения с параметром.

Решать линейные неравенства, квадратные неравенства; использовать метод интервалов; изображать решение неравенств на числовой прямой, записывать решение с помощью символов.

Решать системы двух линейных уравнений с двумя переменными и системы двух уравнений, в которых одно уравнение не является линейным.

Решать несложные системы нелинейных уравнений с параметром.

Применять методы равносильных преобразований, замены переменной, графического метода при решении уравнений 3-й и 4-й степеней.

Решать системы линейных неравенств, системы неравенств, включающие квадратное неравенство; изображать решение системы неравенств на числовой прямой, записывать решение с помощью символов.

Решать уравнения, неравенства и их системы, в том числе с ограничениями, например, в целых числах.

Проводить исследования уравнений и систем уравнений, в том числе с применением графических представлений (устанавливать, имеет ли уравнение или система уравнений решения, если имеет, то сколько, и пр.).

Решать текстовые задачи алгебраическим способом с помощью составления уравнений, неравенств, их систем.

Использовать уравнения, неравенства и их системы для составления математической модели реальной ситуации или прикладной задачи; интерпретировать полученные результаты в заданном контексте.

### **Функции**

Свободно оперировать понятиями: зависимость, функция, график функции, прямая пропорциональность, линейная функция, обратная пропорциональность, парабола, гипербола, кусочно-заданная функция.

Исследовать функцию по её графику, устанавливать свойства функций: область определения, множество значений, нули функции, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания и убывания, чётность/нечётность, наибольшее и наименьшее значения, асимптоты.

Распознавать квадратичную функцию по формуле, приводить примеры квадратичных функций из реальной жизни, физики, геометрии.

Определять положение графика квадратичной функции в зависимости от её коэффициентов.

Строить график квадратичной функции, описывать свойства квадратичной функции по её графику.

Использовать свойства квадратичной функции для решения задач.

На примере квадратичной функции строить график функции  $y = af(kx + b) + c$  с помощью преобразований графика функции  $y = f(x)$ .

Иллюстрировать с помощью графика реальную зависимость или процесс по их характеристикам.

### **Арифметическая и геометрическая прогрессии**

Свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии.

Задавать последовательности разными способами: описательным, табличным, с помощью формулы  $n$ -го члена, рекуррентным.

Выполнять вычисления с использованием формул  $n$ -го члена арифметической и геометрической прогрессий, суммы первых  $n$  членов.

Изображать члены последовательности точками на координатной плоскости.

Решать задачи, связанные с числовыми последовательностями, в том числе задачи из реальной жизни (с использованием калькулятора, цифровых технологий).

Распознавать и приводить примеры конечных и бесконечных последовательностей, ограниченных последовательностей, монотонно возрастающих (убывающих) последовательностей.

Иметь представление о сходимости последовательности, уметь находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Применять метод математической индукции при решении задач

### **Геометрия**

Знать тригонометрические функции острых углов, уметь находить с их помощью различные элементы прямоугольного треугольника («решение прямоугольных треугольников»). Находить (с помощью калькулятора) длины и углы для нетабличных значений.

Пользоваться формулами приведения и основным тригонометрическим тождеством для нахождения соотношений между тригонометрическими величинами.

Доказывать теорему синусов и теорему косинусов, применять их для нахождения различных элементов треугольника («решение треугольников»), при решении геометрических задач. Применять полученные знания при решении практических задач.

Применять тригонометрию в задачах на нахождение площади, выводить и владеть тригонометрическими формулами для площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции, выводить и применять формулу Герона и формулу для площади выпуклого четырёхугольника.

Иметь представление о гомотетии, применять в практических ситуациях.

Использовать теоремы Чевы и Менелая при решении задач.

Использовать теоремы о вписанных углах, углах между хордами (секущими) и угле между касательной и хордой при решении геометрических задач. Доказывать и применять теоремы о произведении отрезков хорд, о произведении отрезков секущих, о квадрате касательной.

Владеть понятием координат на плоскости, работать с уравнением прямой на плоскости. Владеть понятиями углового коэффициента и свободного члена, понимать их геометрический смысл и связь углового коэффициента с возрастанием и убыванием линейной функции. Уметь решать методом координат задачи, связанные с параллельностью и перпендикулярностью прямых, пересечением прямых, нахождением точек пересечения.

Выводить и владеть уравнением окружности. Использовать метод координат для нахождения пересечений окружностей и прямых. Владеть формулами расстояния от точки до прямой, площади параллелограмма в координатах, иметь понятие об ориентированной площади. Пользоваться методом координат на плоскости, применять его при решении геометрических и практических задач. Применять метод координат в практико-ориентированных геометрических задачах.

Владеть понятием вектора. Уметь складывать и вычитать векторы, умножать на число, владеть правилами треугольника и параллелограмма. Владеть практическими интерпретациями векторов. Уверенно пользоваться координатами вектора. Владеть сложением и

вычитанием векторов, умножением вектора на число в координатах.

Иметь представление о базисе (на плоскости). Раскладывать векторы по базису. Раскладывать векторы сил с помощью проецирования и тригонометрических соотношений. Применять полученные знания в простейших физических задачах.

Владеть понятием скалярного произведения векторов, понимать его геометрический смысл и уверенно пользоваться его выражением в декартовых координатах. Знать дистрибутивность скалярного произведения и его связь с проецированием. Применять скалярное произведение векторов для нахождения длин и углов. Решать геометрические задачи с помощью скалярного произведения. Использовать скалярное произведение векторов в алгебраических и физических задачах.

Владеть понятиями правильного многоугольника, длины окружности, длины дуги окружности и радианной меры угла, вычислять площадь круга и его частей. Понимать смысл числа. Применять полученные умения при решении практических задач. Знать исторические сведения об измерении длины окружности и площади круга.

Иметь представление о преобразовании плоскости, о движениях. Находить оси, центры симметрии фигур, центры поворота, находить композиции простейших преобразований. Применять движения плоскости при решении геометрических задач.

Применять полученные знания на практике — строить математические модели для задач реальной жизни и проводить соответствующие вычисления с применением подобия и тригонометрических функций (пользуясь, где необходимо, калькулятором).

### **Вероятность и статистика**

Пользоваться комбинаторным правилом умножения, находить число перестановок, число сочетаний, пользоваться треугольником Паскаля при решении задач, в том числе на вычисление вероятностей событий.

Использовать понятие геометрической вероятности, находить вероятности событий в опытах, связанных со случайным выбором точек из плоской фигуры, отрезка, длины окружности.

Находить вероятности событий в опытах, связанных с испытаниями до достижения первого успеха, в сериях испытаний Бернулли.

Иметь представление о случайных величинах и опознавать случайные величины в явлениях окружающего мира, оперировать понятием «распределение вероятностей». Уметь строить распределения вероятностей значений случайных величин в изученных опытах.

Находить математическое ожидание и дисперсию случайной величины по распределению, применять числовые характеристики изученных распределений при решении задач.

Иметь представление о законе случайных чисел как о проявлении закономерности в случайной изменчивости, понимать математическое обоснование близости частоты и вероятности события. Иметь представление о роли закона больших чисел в природе и обществе.

## Содержание курса

### Числа и вычисления

#### *Иррациональные числа*

Корень  $n$ -й степени и его свойства. Степень с рациональным показателем и её свойства.

#### Алгебраические выражения

#### *Иррациональные выражения*

Тождественные преобразования выражений, содержащих корень  $n$ -й степени. Тождественные преобразования выражений, содержащих степень с рациональным показателем.

### Многочлены

Квадратный трёхчлен. Корни квадратного трёхчлена. Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители.

### Уравнения и неравенства

#### *Уравнения*

Биквадратные уравнения. Примеры применений методов равносильных преобразований, замены переменной, графического метода при решении уравнений 3-й и 4-й степеней.

Решение дробно-рациональных уравнений.

Решение систем уравнений с двумя переменными. Решение простейших систем нелинейных уравнений с двумя переменными. Графический метод решения системы нелинейных уравнений с двумя переменными. Система двух нелинейных уравнений с двумя переменными как модель реальной ситуации.

#### *Неравенства*

Числовые неравенства. Решение линейных неравенств. Доказательство неравенств.

Квадратные неравенства с одной переменной. Решение квадратных неравенств графическим методом и методом интервалов. Метод интервалов для рациональных неравенств. Простейшие неравенства с параметром.

Решение текстовых задач с помощью неравенств, систем неравенств.

Неравенство с двумя переменными. Решение неравенства с двумя переменными. Системы неравенств с двумя переменными. Графический метод решения систем неравенств с двумя переменными.

### Функции

Функция. Свойства функций: нули функции, промежутки знакопостоянства функции, промежутки возрастания и убывания функции, чётные и нечётные функции, наибольшее и наименьшее значения функции.

Квадратичная функция и её свойства. Использование свойств квадратичной функции для решения задач. Построение графика квадратичной функции. Положение графика квадратичной функции в зависимости от её коэффициентов. Графики функций  $y = ax^2$ ,  $y = a(x - m)^2$  и  $y = a(x - m)^2 + n$ . Построение графиков функций с помощью преобразований.

Дробно-линейная функция. Исследование функций.

Функция  $y = x^n$  с натуральным показателем  $n$  и её график.

## **Числовые последовательности и прогрессии**

Понятие числовой последовательности. Конечные и бесконечные последовательности. Ограниченная последовательность. Монотонно возрастающая (убывающая) последовательность. Способы задания последовательности: описательный, табличный, с помощью формулы  $n$ -го члена, рекуррентный.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Свойства членов арифметической и геометрической прогрессий. Формулы  $n$ -го члена арифметической и геометрической прогрессий. Формулы суммы первых  $n$  членов арифметической и геометрической прогрессий. Задачи на проценты, банковские вклады, кредиты.

Представление о сходимости последовательности, о суммировании бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Метод математической индукции. Простейшие примеры.

### **Решение треугольников**

Синус, косинус, тангенс углов от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ . Основное тригонометрическое тождество. Формулы приведения. Решение треугольников. Теорема косинусов и теорема синусов. Решение практических задач с использованием теоремы косинусов и теоремы синусов. Решение задач геометрической оптики.

Тригонометрические формулы для площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции. Формула Герона. Формула площади выпуклого четырёхугольника.

### **Подобие треугольников**

Хорды и подобные треугольники в окружности. Теорема о произведении отрезков хорд, теоремы о произведении отрезков секущих, теорема о квадрате касательной. Применение при решении геометрических задач. Теоремы Чевы и Менелая. Понятие о гомотетии.

### **Метод координат**

Уравнение прямой на плоскости. Угловой коэффициент и свободный член, их геометрический смысл. Параллельность и перпендикулярность прямых (через угловой коэффициент).

Уравнение окружности. Нахождение пересечений окружностей и прямых в координатах. Формула расстояния от точки до прямой. Площадь параллелограмма в координатах, понятие об ориентированной площади. Применение метода координат в практико-ориентированных геометрических задачах.

### **Векторы**

Векторы на плоскости. Сложение и вычитание векторов — правила треугольника и параллелограмма. Умножение вектора на число. Координаты вектора. Сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число в координатах. Применение векторов в физике, центр масс.

Понятие о базисе (на плоскости). Разложения векторов по базису. Скалярное произведение векторов, геометрический смысл и выражение в декартовых координатах. Дистрибутивность скалярного произведения. Скалярное произведение и проектирование. Применение скалярного произведения векторов для нахождения длин и углов. Решение геометрических задач с помощью скалярного произведения.

### **Длина окружности и площадь круга**



Правильные многоугольники. Длина окружности. Градусная и радианная мера угла, вычисление длин дуг окружностей. Площадь круга, сектора, сегмента. Исторические сведения об измерении длины окружности и площади круга.

### **Движения плоскости**

Центральная симметрия. Центально-симметричные фигуры. Поворот. Осевая симметрия. Фигуры, симметричные относительно некоторой оси. Параллельный перенос.

Понятие движения и его свойства. Равенство фигур. Проявления симметрии в природе, живописи, скульптуре, архитектуре. Композиции движений (простейшие примеры). Применение в геометрических задачах.

### **Вероятность и статистика.**

Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний и треугольник Паскаля. Свойства чисел сочетаний. Бином Ньютона. Решение задач с использованием комбинаторики.

Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности.

Испытания. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечного множества.

Случайная величина и распределение вероятностей. Примеры случайных величин. Важные распределения — число попыток в серии испытаний до первого успеха и число успехов в серии испытаний Бернулли (геометрическое и биномиальное распределения).

Математическое ожидание случайной величины. Физический смысл математического ожидания. Примеры использования математического ожидания. Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины. Свойства математического ожидания и дисперсии. Математическое ожидание и дисперсия изученных распределений.

Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Математические основания измерения вероятностей. Роль и значение закона больших чисел в науке, в природе и обществе, в том числе в социологических обследованиях и в измерениях.

## **Тематическое планирование курса**

### **9 класс (68 ч)**

<b>№</b>	<b>Наименование раздела / темы</b>	<b>Количество ак. ч.</b>	<b>Ссылка на ЭОР</b>
<b>1</b>	<b>Числа и вычисления</b>	<b>4</b>	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
<b>2</b>	<b>Многочлены</b>	<b>8</b>	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
<b>3</b>	<b>Уравнения и неравенства</b>	<b>8</b>	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
<b>4</b>	<b>Функции</b>	<b>8</b>	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>

5	Числовые последовательности и прогрессии	8	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
6	Решение треугольников	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
7	Подобие треугольников	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
8	Метод координат	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
9	Векторы	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
10	Длина окружности и площадь круга	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
11	Движения плоскости	4	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
12	Вероятность и статистика	8	<a href="http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/">http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/</a>
<b>ВСЕГО</b>		<b>68</b>	

## Учебно-методическое обеспечение образовательного процесса

### Обязательные материалы для ученика

1. Математика. Алгебра: 9 класс: углубленный уровень: учебник/ Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков и другие; под ред. С. А. Теляковского. – АО «Издательство «Просвещение»

2. Математика. Геометрия: 7-9е классы: учебник/ Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и другие. – АО «Издательство «Просвещение»

3. Математика. Вероятность и статистика: 7 – 9е классы: учебник в 2 частях/ И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко; под ред. И. В. Яценко. – АО «Издательство «Просвещение»

### Цифровые образовательные ресурсы сети Интернет

1. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" - <http://window.edu.ru/>;

2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов -<http://school-collection.edu.ru/>;

3. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов -<http://fcior.edu.ru/>.

4. Электронный архив научно – популярных журналов <http://library.controlchaostech.com/bel/>

5. Список сайтов, рекомендованных для использования обучающимися и преподавателями для доступа к высококачественным ЭОР

<http://www.mon.gov.ru/> - Министерство образования и науки Российской Федерации

<http://www.uznai-prezidenta.ru/> - Детский сайт Президента Российской Федерации

<http://www.eidos.ru/olymp/> - Всероссийские дистанционные эвристические олимпиады

<http://www.en.edu.ru> - Естественнонаучный образовательный портал

<http://ege.edu.ru>- Портал информационной поддержки Единого государственного экзамена

<http://www.school.edu.ru> - Российский общеобразовательный портал

<http://vschool.km.ru> - Виртуальная школа Кирилла и Мефодия

[www.school-collection.ru](http://www.school-collection.ru) - Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов

<http://www.edu.ru> - Федеральный портал «Российское образование»

<http://school-collection.edu.ru/collection/matematika/> – материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов

<http://www.maht-on-line.com> – Занимательная математика – школьникам (олимпиады, игры, конкурсы по математике)

<http://www.mathkang.ru> – международный математический конкурс «Кенгуру»

<http://http://ege2011.mioo.ru> – Московский институт открытого образования, система СтатГрад

