



Демоверсия заданий вступительных испытаний по физико-математическому профилю

9 класс

Экзамен включает в себя разделы: физика, математика.

Длительность экзамена: 90 минут физика (20 баллов), 120 минут математика (30 баллов),

Общее время экзаменов: 210 минут.

Во время экзамена разрешено использовать: черновик, калькулятор для раздела по физике.

Максимальное количество баллов за всё вступительное испытание – 60 баллов.

Задача 1

В море при штиле навстречу друг другу плывут два мальчика. Скорость первого 1 км/ч, скорость второго 2 км/ч. Одновременно между ними плавает дельфин. Подплыв к одному из мальчиков, он тотчас поворачивает обратно к другому. Так он и плавает между сближающимися мальчиками. Скорость дельфина 10 км/ч.

1. Определите путь который проделает дельфин за время, в течение которого расстояние между мальчиками сократилось от 1 км до 400 м. Ответ приведите в км, округлив до двух знаков после запятой. **(2 балла)**.
2. Определите минимальное время, через которое дельфин, стартовав от первого мальчика вернётся к нему же, если мальчики поплыли в разные стороны с теми же скоростями и при том же начальном расстоянии между ними. Ответ приведите в минутах, округлив до целых **(2 балла)**.

Ответы:

1. 2,0 км.
2. 17 мин.

Задача 2

Шар из растворимой соли со сферической воздушной полостью в центре, имеющий массу $m_0=200$ г, опустили в воду. Соль растворяется медленно, равномерно по всей поверхности шара, с практически постоянной скоростью $q=0,2$ г/с (таким образом, насыщения раствора на рассматриваемом промежутке времени не происходит). Ионы, образующиеся при растворении соли, очень быстро распределяются по всему объему жидкости. При этом объем получающегося раствора почти не отличается от начального объема воды. Известно, что средняя плотность шара до опускания в воду в два раза больше плотности воды, плотность соли в четыре раза больше плотности воды, а начальный объем шара в четыре раза меньше начального объема воды.



1. Спустя какое время после начала растворения шар всплывет? Ответ приведите в минутах, округлив до целых. (2 балла).
2. Какая была первоначальная плотность шара? Плотность воды принять за $\rho=1 \text{ г/см}^3$. Ответ приведите в г/см^3 , округлив до сотых (2 балла).

Ответы:

$$t = \frac{m}{q} = (4 - 2\sqrt{3}) \frac{m_0}{q} \approx 536 \text{ с, то есть около 9 минут.}$$

1. 9 минут
2. 1,27 г/см^3 .

Задача 3

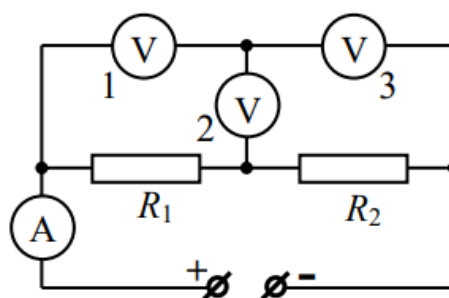
К дню рождения мамы Вова (ученик 8 класса) решил сварить компот. Он смешал в кастрюле воду, изюм, орехи, мед и килограмм варенья, и поставил кастрюлю на плиту. Через $T=25$ минут компот закипел. Вова испугался и долил туда холодной воды. До какой температуры охладился компот, если в следующий раз он закипел через $\tau=4$ минуты? Компот кипит при $t_1=100 \text{ }^\circ\text{C}$, температура изначальных ингредиентов и холодной воды $t_0=20 \text{ }^\circ\text{C}$. Можно считать, что скорость поступления тепла от плиты к содержимому кастрюли и скорость утечки тепла из кастрюли в окружающую среду практически постоянны. Ответ приведите в $^\circ\text{C}$, округлив до целых. (4 балла).

$$t = \frac{Tt_1 + \tau t_0}{T + \tau} \approx 89^\circ\text{C}.$$

Ответы:

Задача 4

Ученик подключил к аккумулятору два резистора с сопротивлениями $R_1=40 \text{ Ом}$ и $R_2=60 \text{ Ом}$, амперметр и три одинаковых вольтметра по схеме, показанной на рисунке. Амперметр и вольтметры не идеальны – в частности, внутренние сопротивления вольтметров равны $R_V=0,5 \text{ МОм}$ ($1\text{МОм} = 1000000 \text{ Ом}$). Амперметр показывает ток $I=0,6 \text{ А}$. Каковы показания вольтметров? Цена деления шкалы у вольтметров $\Delta V=0,1 \text{ В}$. Ответы приведите в В, округлив до целых в следующем порядке:



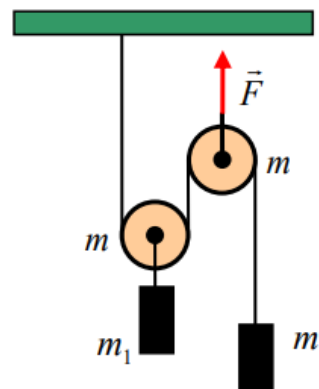
1. V1 (1 балл).
2. V3 (1 балл).
3. V3 (2 балла).



Ответы: $V_1 \approx \frac{I(2R_1 + R_2)}{3} = 28 \text{ В}, V_3 \approx \frac{I(R_1 + 2R_2)}{3} = 32 \text{ В}, V_2 \approx \frac{I(R_2 - R_1)}{3} = 4 \text{ В},$

Задача 5

Из двух одинаковых цилиндрических роликов массы $m=0,6 \text{ кг}$, двух одинаковых грузов массы $m_1=3m$ и легкой прочной нерастяжимой нити собрали механическую систему, показанную на рисунке. Один конец нити закреплен на «потолке», ролики не вращаются, нить скользит по роликам без трения. Ускорение свободного падения считать $g=10 \text{ м/с}^2$.



1. Найти величину силы F , с которой нужно тянуть вверх ось правого ролика, чтобы левый груз в этой системе двигался с постоянной по величине скоростью? Ответ привести в Н, округлив до целых (**2 балла**).
2. Каким при этом будет модуль ускорения правого груза? Ответ привести в м/с^2 , округлив до десятых (**1 балл**).
3. Каким при этом будет направление ускорения правого груза? Ответ привести в виде цифры: 1 – вверх, 2 - вниз (**1 балл**).

Ответы:

1. сила $F = \frac{29}{6} \text{ Н} = 29 \text{ Н}.$
2. ускорение $a = \frac{1}{3} g = 3,3 \text{ м/с}^2$
3. направление ускорения: 2 (вниз)



Математика

№	Условие	Ответ	Балл
1	Из пункта А в пункт В выехал велосипедист. Одновременно из В в А по той же дороге выехал мотоциклист. Через 30 минут велосипедисту оставалось проехать 3 км до середины пути; мотоциклист же через 20 минут после начала движения уже отъехал от середины пути 2 км. Через какое время после начала движения произошла встреча велосипедиста с мотоциклистом? Ответ дайте в минутах.	24	2
2	Известно, что $a + \frac{1}{a} = 3$. Найдите $a^4 + \frac{1}{a^4}$.	47	2
3	Условие ниже	9	4
Найдите все такие вещественные числа a , что для любых вещественных чисел x и y верно неравенство $x^4 + y^4 + axy + 2 \geq 0$. В ответе укажите количество возможных целых значений числа a .			
4	Числа 2146, 1991 и 1805 дают одинаковые остатки при делении на натуральное число, большее 1. Найдите это число.	41	2
5	Какой максимальный наибольший общий делитель может быть у чисел $5n + 8$ и $9n - 4$ при натуральном n ?	92	2
6	Какое наибольшее количество различных простых чисел можно выписать в ряд так, чтобы сумма любых четырёх подряд идущих чисел также оказалась простым числом?	7	3
7	Условие ниже	10	2
Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, M – точка пересечения его диагоналей, O_1 и O_2 – центры вписанных окружностей треугольников ABM и CMD соответственно, K – середина дуги AD , не содержащей точек B и C , $\angle O_1KO_2 = 60^\circ$, $KO_1 = 10$. Найдите O_1O_2 .			
8	Найдите $\angle B$ треугольника ABC (в градусах), если его сторона BC в два раза длиннее медианы BM , а угол $\angle ABM$ равен 38° .	142	2



9	В выпуклом шестиугольнике с углами в 120° четыре подряд идущие стороны равны 3, 12, 4 и 9. Найдите периметр шестиугольника.	44	4
10	Сколько квадратов со сторонами по линиям сетки можно нарисовать на доске 8×8 ?	204	2
11	Сколькими способами можно составить команду из 1 вратаря, 4 защитников, 4 полузащитников и 2 нападающих, если в клубе 3 вратаря, 7 защитников, 6 полузащитников и 3 нападающих?	4725	2
12	Сколько трёхзначных чисел, в десятичной записи которых нет тройки, делятся на 3?	216	3